DM
DEPARTAMENTO
DE MATEMÁTICA
TÉCNICO LISBOA

Cálculo Diferencial e Integral I

3º MAP60 - LEIC-T, LEE, LETI, LEGI - versão B

23 de janeiro de 2023 - 13 horas - duração: 60 minutos

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes

---

1. Determine o valor dos integrais:

$$i) \int_0^1 (x+4)\sqrt{x+1}\, dx\ , \qquad ii) \int_1^e \frac{\ln x}{x^3}\, dx\ .$$

2. Designe-se por A a região limitada pelas linhas de equação:

$$y = x^2 + x - 6 \qquad \text{e} \qquad y = x - 2\,.$$

Esboce graficamente a região A e calcule a sua área.

3. Seja a função

$$f(x) = \int_0^{x^2} \operatorname{sen}\sqrt{t}\, dt\ , \qquad x \in \mathbb{R}_0^+\ .$$

i) Defina a função derivada de f.

ii) Determine, usando a mudança de variável $u = \sqrt{t}$, o valor de $f(\frac{\pi}{4})$.

4. Sendo $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função contínua mostre que

$$\int_0^{\pi} g(\operatorname{sen} x)\, dx \ = \ 2\int_0^{\pi/2} g(\cos x)\, dx$$

5. Seja a_n a sucessão definida por

$$a_n = \frac{(n+2)!}{n^3 + n(n+1)!}$$

Determine $\lim a_n$ e indique a natureza da série, $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$. Justifique.

6. Estude a natureza as séries seguintes:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2+1}}{n^2+n}\ , \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}\ .$$

7. Considere a série de potências

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{2^{n+1}}.$$

i) Determine para que valores de $x \in \mathbb{R}$ a série converge absolutamente, converge simplesmente ou é uma série divergente.

ii) Determine a soma da série para $x = -2$.