

Cálculo Diferencial e Integral I

3^o MAP60 - LEIC-T, LEE, LETI, LEGI - versão A

23 de janeiro de 2023 - 13 horas - duração: 60 minutos

Apresente todos os cálculos e justificações relevantes

1. Determine o valor dos integrais:

$$i) \int_0^1 (x+3)\sqrt{x+1} dx, \quad ii) \int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx.$$

2. Seja A a região limitada pelas linhas de equação:

$$y = x^2 - x - 6 \quad \text{e} \quad y = x - 3.$$

Esboce graficamente a região A e calcule a sua área.

3. Seja a função

$$g(x) = \int_0^{x^2} \cos \sqrt{t} dt, \quad x \in \mathbb{R}_0^+.$$

i) Defina a função derivada de g .

ii) Determine, usando a mudança de variável $\sqrt{t} = u$, o valor de $g(\frac{\pi}{4})$.

4. Sendo $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua mostre que

$$\int_0^\pi f(\sin x) dx = 2 \int_0^{\pi/2} f(\cos x) dx$$

5. Seja a_n a sucessão definida por

$$a_n = \frac{n(n+1)!}{n^2 + (n+2)!}$$

Determine $\lim a_n$ e indique a natureza da série, $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$. Justifique.

6. Estude a natureza as séries seguintes:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n^2+5}, \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{4^{n+1}}{n!}.$$

7. Considere a série de potências

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^n}{4^{n+1}}.$$

i) Determine para que valores de $x \in \mathbb{R}$ a série converge absolutamente, converge simplesmente ou é uma série divergente.

ii) Determine a soma da série para $x = 0$.