

## 3a. Lista de exercícios

## A Diferenciabilidade:

1. Determine a derivada das seguintes funções, sempre que exista:

- (a)  $\ln(\sin x)$ , (c)  $\sin^4(x) \cos^3(x)$  (e)  $\cosh(\cos x)$ ,  
 (b)  $e^{\sqrt{x^2-1}}$ , (d)  $(1 + \tan \sqrt{x})^{\frac{1}{2}}$  (f)  $(\sin x)^x$ ,

2. Determine a derivada das seguintes funções, sempre que exista:

- (a)  $\frac{1}{1-x}$ , (e)  $x^{\frac{3}{2}}e^x$  (i)  $\sin x \cos x \tan x$ ,  
 (b)  $\frac{2x}{(x+1)^2}$ , (f)  $x^2 2^x$  (j)  $\frac{1}{1+\cot x}$ ,  
 (c)  $\frac{1}{1+\sqrt{x}}$ , (g)  $\tan x - x$  (k)  $x^2(1 + \ln x)$ ,  
 (d)  $\frac{x+\cos x}{1-\sin x}$ , (h)  $\sinh x \cosh x$

3. Calcule, se existirem, as derivadas laterais no ponto 0 da função  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{1/x}}, & \text{se } x \neq 0; \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

4. Considere a função  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , dada por:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right), & \text{se } x \neq 0; \\ 0, & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

- (a) Justifique que  $f$  é diferenciável em  $\mathbf{R} \setminus \{0\}$  e calcule  $f'(x)$  para  $x \neq 0$ .  
 (b) Determine a equação da recta tangente ao gráfico de  $f$  no ponto de abcissa  $\frac{2}{\pi}$ .  
 (c) Justifique que  $f$  é diferenciável no ponto 0 e calcule  $f'(0)$ . Mostre que  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x)$  não existe.

5. Determine a derivada das seguintes funções, sempre que exista:

- (a)  $\sqrt[3]{1+x^3}$ , (e)  $e^{\ln^2 x}$  (i)  $\tan(e^{\sin x})$ ,  
 (b)  $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ , (f)  $x2^{x^2}$  (j)  $\sqrt{1 + \sinh^4 x}$ ,  
 (c)  $\ln(\ln x)$ , (g)  $\frac{\sin(\sin x)}{\sin x}$  (k)  $(\ln x)^x$ ,  
 (d)  $\ln(1 + e^{x^2})$ , (h)  $\cos^2(\sqrt{x})$ , (h)  $x^{\sin 2x}$ .